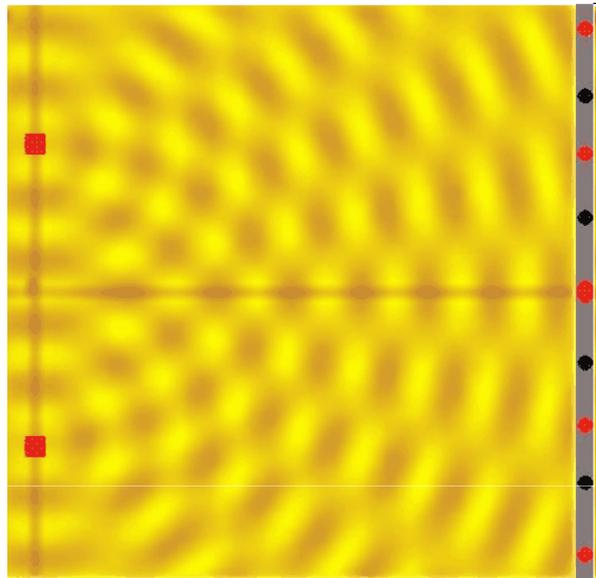


PROPRIEDADES DE ONDA DAS PARTÍCULAS

PRINCÍPIO DE INCERTEZA (cap 5 Rohlff)



Padrões de interferência



DUALIDADE

ONDA X PARTÍCULA

ONDA + PARTÍCULA



Princípio de Incerteza de Heisenberg

Werner Heisenberg - cientista alemão que se propôs a mostrar matematicamente, sua tese de que a posição e a velocidade do elétron em torno do núcleo do átomo são impossíveis de precisar simultaneamente

$$p = h/\lambda$$

Em Mecânica clássica falamos de posição e momentum de uma partícula sem nos preocuparmos de que quando medimos algo, p.e., a posição da partícula podíamos estar alterando o momentum dela.

Classicamente supomos que isso pode ser feito sem perturbar a partícula.

Vale para as partículas **MACROSCÓPICAS** mas não para as **MICROSCÓPICAS**

Quanticamente

Existe um compromisso

x e p_x

**NÃO TEM NADA RELACIONADO
COM DEFICIÊNCIA DO APARATO
EXPERIMENTAL**

“PROBLEMA DE MEDIDA”

COMPRIMENTO DE ONDA DE de BROGLIE

EFEITO FOTOELÉTRICO – Ondas EM têm propriedades de partículas sem massa (fótons)

OEM com λ fixo $\Rightarrow E = hc / \lambda_{\text{foton}}$ energia de cada fóton

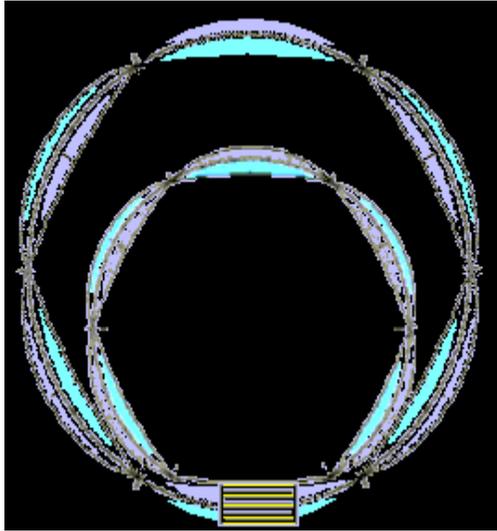
Teoria da relatividade $E = pc \Rightarrow pc = hc / \lambda_{\text{foton}} \Rightarrow \lambda_{\text{foton}} = h/p$

Portanto, o comprimento de onda de um fóton é inversamente proporcional ao seu momentum.

Radiação de um λ_{foton} é composta de partículas de momentum -

Dualidade partícula / onda na descrição da **OEM**

Será que o *elétron* também pode ser considerado uma onda?



Bohr já havia sugerido esta dualidade na proposta de quantização de $L = n\hbar$

$$L = mvr = pr = nh/2\pi \quad (n=1,2,3,\dots)$$

Se o elétron tem um comprimento de onda λ_{ele} associado, podemos imaginar que uma órbita circular estável é possível desde que um número inteiro de λ se encaixe na circunferência da órbita

$2\pi r = n\lambda$ QUANTIZAÇÃO DE BOHR-SOMMERFELD

$$pr = nh/2\pi \quad 2\pi r p = nh \quad n\lambda p = nh \quad p = h/\lambda \quad \lambda_{\text{el}} = h/p$$

➔ Na verdade os elétrons não se movem em órbitas circulares nos átomos: modelo no qual ainda precisa ser explicado a quantização do L

OEM (fótons) se comportam como partículas

Elétrons se apresentam como ondas

Ambas as descrições onda/partícula podem ser usadas de formas equivalentes

λ de uma partícula de momentum 1 KeV/c

$$\lambda \approx 1\text{nm}$$

λ de uma bola de baseball com $m=0.2\text{Kg}$ e $v=10\text{m/s}$

$$p = mv = 2\text{Kgm/s}$$

$\lambda = h/p \approx 3 \times 10^{-34} \text{ m}$ muitíssimo pequeno

Muitas ordens de grandeza além das possibilidades experimentais de detecção

Qdo λ é pequeno comparado com a distância típica adotamos a descrição de partícula

Elétron em um átomo O **e** é uma partícula com a menor massa não nula
 ➔ melhor candidato para exibir propriedades ondulatórias observáveis (qual o λ do e?)

Usando o modelo de Bohr (gs do átomo de H):

$$v = \alpha c = c/137 \quad v/c \ll 1 \quad (\text{n\~{a}o relativista}) \quad \mathbf{p = mv = \alpha mc} \quad \rightarrow \quad \mathbf{\lambda = h/p = hc/pc}$$

$$\mathbf{hc/\alpha mc = 1240 \text{ eVnm} / [(1/137)(5.11 \times 10^6 \text{ eV})]}$$

$$\text{Em termos do raio de Bohr: } \mathbf{[a_0 = \hbar c / \alpha mc^2]}$$

$$\mathbf{\lambda = 0.3 \text{ nm}}$$

$$\mathbf{\lambda = 2\pi a_0} \quad \mathbf{n\lambda = 2\pi r} \quad (\mathbf{n=1})$$

O comprimento de onda de um elétron dentro do átomo é igual ao tamanho do átomo.

– Os e's não descrevem órbitas clássicas, aparecem como uma nuvem eletrônica com um tamanho que define o tamanho de um átomo.

- Os e's mais externos têm aproximadamente o mesmo momento em quase todos os átomos.

-A energia do **e** depende da intensidade da força EM, da m_e , e da constante \hbar .

$$E_n = -mc^2(k_e^2)/(2\hbar^2c^2 n^2) \quad \mathbf{V = -ke^2/r} \quad \mathbf{E_k = -V/2}$$

$$\mathbf{\langle E_k \rangle = 1/2 \langle ke^2/r \rangle = \alpha/2 \langle \hbar c/r \rangle}$$

A quantidade $\langle 1/r \rangle$ é governada pelo λ ($\mathbf{n\lambda = 2\pi r}$)

$$\mathbf{\rightarrow \langle 1/r \rangle \approx 2\pi/\lambda = 2\pi p/h = p/\hbar}$$

$$\mathbf{E_k = \alpha pc/2}$$

$$p = \alpha mc \quad \mathbf{\lambda = h/p = hc/pc = 0.3 \text{ nm}}$$

$$\mathbf{E_k = p^2/2m}$$

➔ Conservação da energia determina o p de um elétron no átomo

O p fornece o λ que fornece o tamanho do átomo

MEDINDO AS PROPRIEDADES ONDULATÓRIAS DO ELETRON

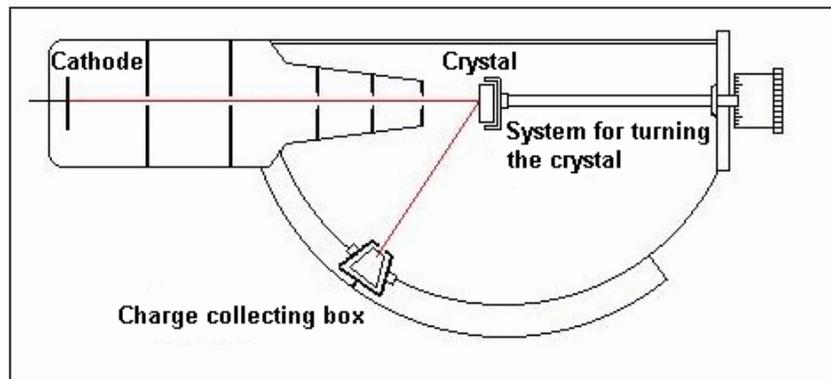
1927 dois experimentos independentes identificaram a propriedade **ondulatória** do **e**

Envolviam o espalhamento de e's por um alvo cristalino e efeitos de interferência

Clinton Davisson + Lerner Germes



Nobel
prize
1937



The diagram of the Davisson-Germer experiment.

Objetivo: medir a energia dos e's espalhados por uma superfície metálica

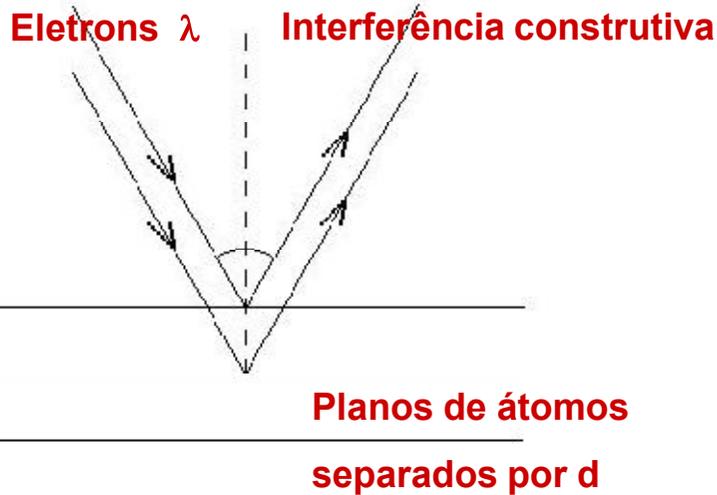
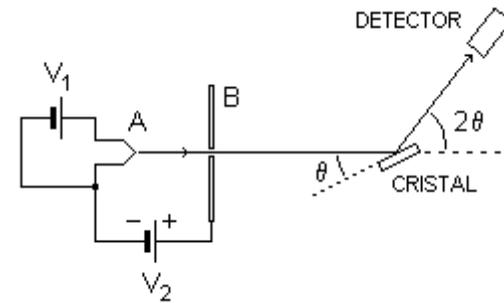
visão clássica dos e's: partícula de tamanho dado pelo raio r_c de uma esfera de carga $ke^2/r_c \approx mc^2$ $r_c = ke^2/mc^2 \approx 3\text{fm}$ $= 3 \times 10^{-15}\text{m}$ raio eletrônico Clássico

*já se tinha conhecimento sobre o núcleo de Rutherford → interação entre 1 e e um único núcleo atômico

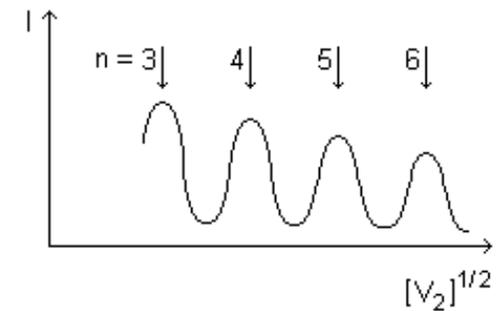
História: queda do aparato experimental – tratamento térmico para limpar – *annealing* - formação de **cristsais regulares**

e's são espalhados por um alvo de Ni e coletados numa caixa de Faraday móvel (taxa relativa de carga coletada era medida)

Os e's eram emitidos em todas as direções mas para alguns ângulos a emissão era maior. Se os e's realmente exibiam natureza dual, eles deveriam sofrer difração igual a da luz. De fato, isto foi o que Davisson and Germer observaram



D&G notaram que a intensidade dos **e's** espalhados tinha máximos em intervalos igualmente espaçados quando representados em função de **V** (voltagem que acelera os e's - combinações de V e ângulo)



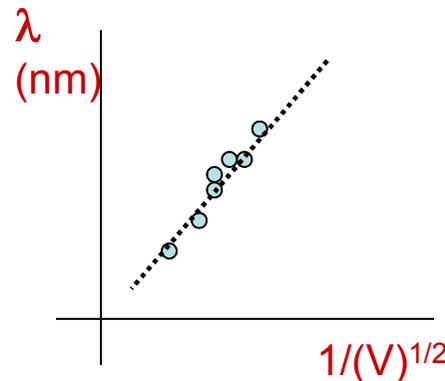
$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = eV$$

$$(V)^{1/2} = v(m/2e)^{1/2}$$

Reflexão de Bragg $2d \sin \theta = n \lambda$
 $1/\lambda = n/2 \cdot d \sin \theta$

Testes: relação entre **v_e e λ_e**
 medem o ângulo de espalhamento onde a intensidade tem um máximo e usavam a condição de Bragg para determinar λ

→ $(V)^{1/2}$ é diretamente proporcional a velocidade dos e's



$$\lambda = h/p = hc/pc$$

$$= hc/mvc$$

$$\lambda = hc/(2mc^2 eV)^{1/2}$$

Bom acordo com os experimentos

2. Thomson & Reid (nobel 1937) → realizaram um experimento importante que demonstraram a existência das ondas de elétrons

Passaram um feixe colimado de e's através de um alvo fino CRISTALINO

Padrão de interferência na intensidade eletrônica detectada

NATUREZA ONDULATÓRIA DO ELETRON

Intensidade máxima em certos ângulos satisfazendo a lei de Bragg $2d\sin\theta=n\lambda$

Os raios dos anéis dependem da orientação dos cristais

Mediram a dependência dos raios de um dado anel com a velocidade dos e's, usando e's não relativísticos com energias entre 3.9 KeV – 16,5 KeV

Raio $1/v$

RAIO X / Eletrons equivalência

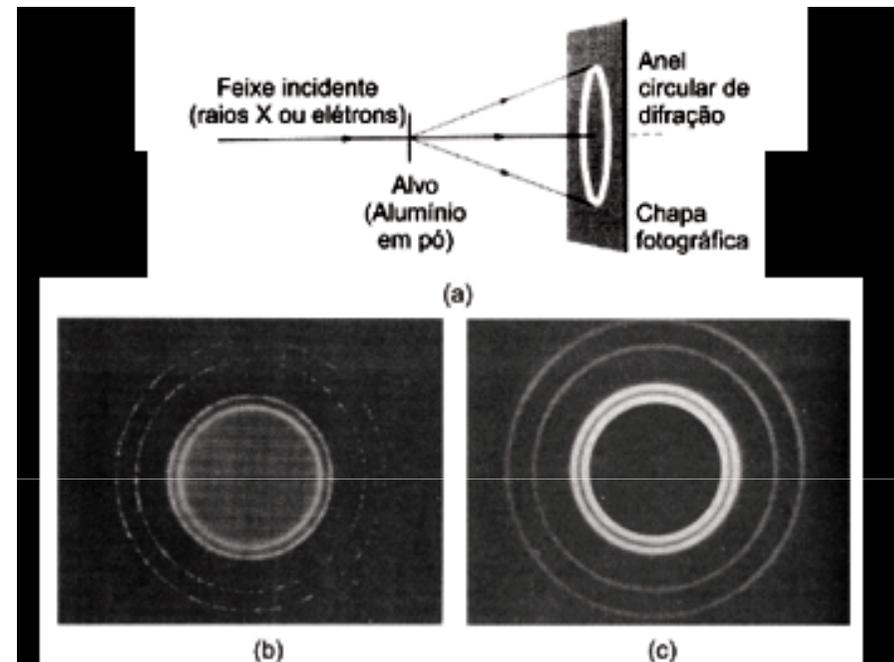
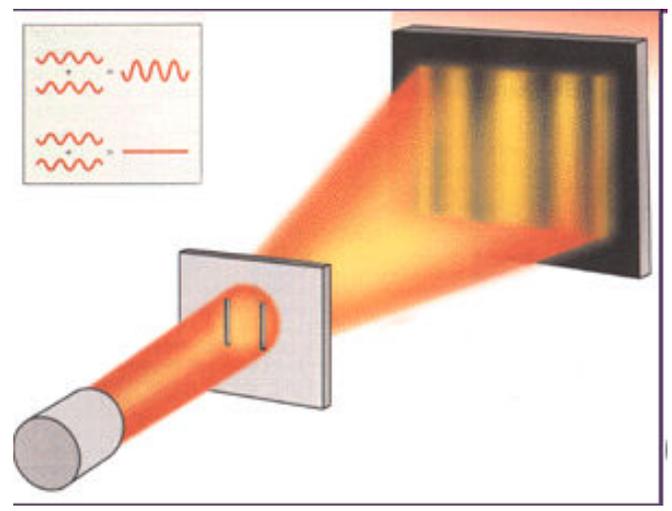
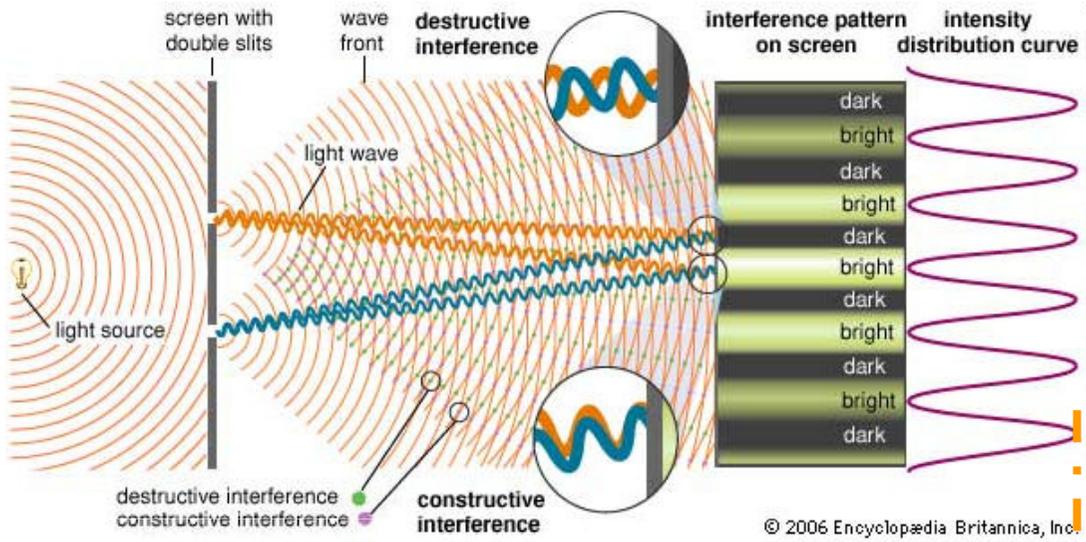
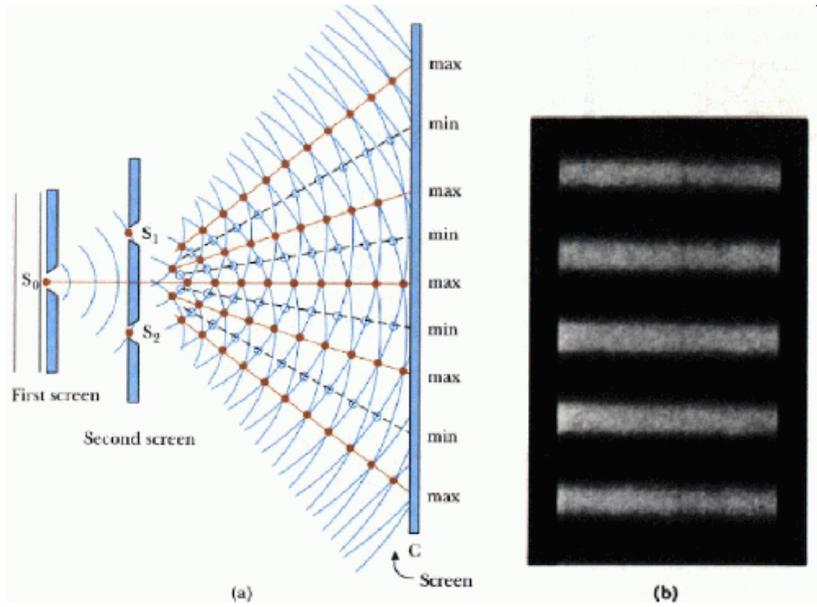


Figura 1 - Figuras de difração para a montagem, esquematicamente mostrada em (a). Em (b) temos o caso do feixe incidente como sendo de raios-X, enquanto em (c) temos o caso de elétrons. Vale observar que, para o caso da figura, o comprimento de onda de de Broglie, para os elétrons, é o mesmo que o dos fótons de raios-X. A semelhança nos padrões de difração é evidente (Fotos com publicação gentilmente autorizada por John Wiley Inc.).

Amplitudes de probabilidade (Radiação EM)

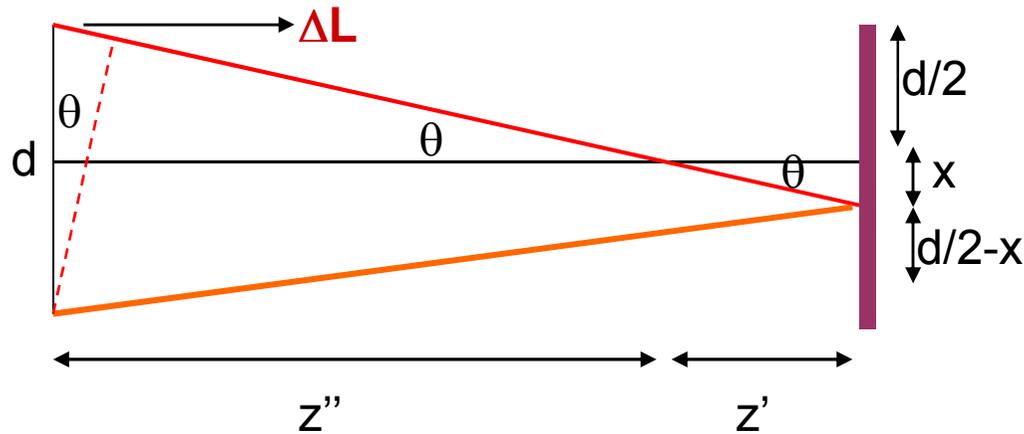


- Duas aberturas pequenas para os fótons passarem
- Fonte bem longe para que a radiação possa ser considerada perpendicular à barreira
- Detector: conta fótons que passam pelas fendas que são medidos em função da coordenada x



Máximo na Intensidade qdo $\Delta L = L_1 - L_2 = n\lambda$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) em $x=0$ máximo pois $\Delta L = 0$.
 Mínimo qdo as ondas sofrem interferências destrutivas (fora de fase)

$$\Delta L = L_1 - L_2 = (n+1/2)\lambda$$



Para θ pequeno $\Delta L = d\theta$
 $L_1 = (d/2 + x)^2 + z^2$ $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$

$$L_2 = (d/2 - x)^2 + z^2$$

$\theta = x/(z - z')$ para $z' \ll z$

$$\Delta L = d\theta = xd/z$$

➔ 1º Máximo $x_1 d/z = \lambda$ ($n=1$)

➔ 2º Máximo $x_2 d/z = 2\lambda$ ($n=2$)

$\Delta x = x_2 - x_1 = z \lambda/d$ distância entre os máximos vizinhos

Condição para que a interferência seja observada: resolução do detector seja melhor do que $z \lambda/d$

Para z fixo: $I(x)$ distribuição de intensidade

*depende de d , comp.de onda, largura das fendas

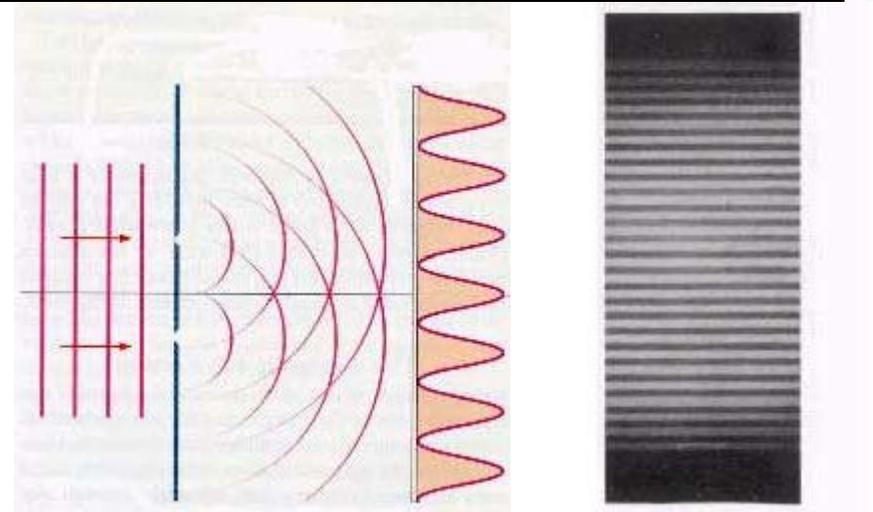
EXPERIMENTO COM PARTÍCULAS DE MASSA **YOUNG**

Para objetos macroscópicos λ é infinitesimal e não é possível observar o fenômeno de interferência

Neste caso, o padrão de "interferência" (ausência) das 2 fendas é a soma $I_{12} = I_1 + I_2$

No caso de e's ➔ $\lambda_e = h/p$

Exemplo: $E = 50 \text{ KeV}$ $d = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$ $z = 0.35 \text{ m}$
 $p = (2mE)^{1/2}$ $\lambda_e = h/p = 5 \times 10^{-12} \text{ m}$



Para pequenos ângulos $\Delta x = 0.9 \times 10^{-6} \text{ m}$

- ➔ e's se comportam exatamente como OEM quando passam por 2 fendas
- ➔ a variação na intensidade do feixe não altera o padrão de interferência

➔ Tentativa de se detectar por qual das fendas a partícula está passando: coloca-se um detector de partículas muito perto da fenda para que qdo o elétron (ou fóton) passasse pela fenda - o detector registrasse a passagem, sinalizando a fenda de origem.



O padrão de interferência some neste caso - o processo de detectar a fenda induz um espalhamento da partícula destruindo a interferência

O **eletron** se encontra num estado de superposição

REGRA FUNDAMENTAL: a ocorrência de qq evento (p.e., a chegada de um fóton ou e num detector numa certa posição) corresponde a uma **PROBABILIDADE**
 $P = |A|^2$ (A=amplitude)

Se o evento pode ocorrer de várias formas: a probabilidade de ocorrência do evento é dada pelo quadrado da soma das amplitudes de probabilidade individuais

$P = |A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n|^2$ No caso estudado $P = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2 |A_1||A_2| \cos\theta$
 onde θ é a diferença de fase entre as amplitudes A_1 e A_2 . **INTERFERÊNCIAS**

QUÂNTICA: previsão das probabilidades de ocorrência dos eventos

Quantum interference experiments with large molecules

Olaf Nairz,^{a)} Markus Arndt, and Anton Zeilinger^{b)}

Institut für Experimentalphysik, Universität Wien, Boltzmannngasse 5, A-1090 Wien, Austria

Wave–particle duality is frequently the first topic students encounter in elementary quantum physics. Although this phenomenon has been demonstrated with photons, electrons, neutrons, and atoms, the dual quantum character of the famous double-slit experiment can be best explained with the largest and most classical objects, which are currently the fullerene molecules. The soccer-ball-shaped carbon cages C₆₀ are large, massive, and appealing objects for which it is clear that they must behave like particles under ordinary circumstances. We present the results of a multislit diffraction experiment with such objects to demonstrate their wave nature. The experiment serves as the basis for a discussion of several quantum concepts such as coherence, randomness, complementarity, and wave–particle duality. In particular, the effect of longitudinal ~spectral! coherence can be demonstrated by a direct comparison of interferograms obtained with a thermal beam and a velocity selected beam in close analogy to the usual two-slit experiments using light.

© 2003 American Association of Physics Teachers.

@DOI: 10.1119/1.1531580

